

NEUROWISSENSCHAFT UND MATHEMATIK

Grundbegriffe, Skalen und Allgemeingültigkeit

J. LEO VAN HEMMEN || Die Mathematisierung neurobiologischer Wirklichkeit erzeugt a priori, aber wie hier gezeigt wird, unberechtigt, einen starken Widerstand. Auf Basis dreier Arbeitshypothesen bzw. Thesen wird nun das Tor zur Mathematisierung geöffnet. Erstens, eine mathematische Beschreibung physikalischer oder biologischer Realität braucht geeignete Grundbegriffe, ohne die sie nicht funktionieren kann. Zweitens, jede mathematische Formulierung experimentell vorgegebener Fakten gilt auf einer begrenzten Skala in Raum und Zeit. Drittens, universelle Gültigkeit mathematischer Beschreibung ist in der Neurobiologie möglich und gibt es bereits.

VORREDE

Gibt es ein Geist-Gehirn-Problem? Dies ist eine Frage, die Philosophen seit Jahrhunderten fasziniert. Falls es ein Geist-Gehirn-Problem gibt, was ist dann eigentlich das Problem? Das Gehirn. Ein wichtiger Aspekt der Gehirn-Geist-Problematik und des Anspruchs der Neurowissenschaften, den Menschen in seinem Erleben und Verhalten zumindest im Ansatz erklären zu können, hängt mit der Frage zusammen, ob die Neurowissenschaft mathematische Beschreibungen erlaubt, und, ob erwartet werden kann, dass eine Wechselwirkung zwischen experimenteller und theoretischer Neurowissenschaft für beide vorteilhaft ist. In der Tat existiert eine unübersehbare Vielzahl an Daten, deren Struktur nur durch mathematische Verfahren aufgedeckt werden kann.

Es wird hier argumentiert, dass eine Mathematisierung natürlicher Phänomene niemals von alleine kommt. Zunächst muss man nämlich geeignete Grundbegriffe finden, die mit dem Phänomen, das man mathematisch beschreiben und erklären möchte, eng verbunden sind. Zweitens muss man die geeignete Skala festlegen, auf der eine bestimmte Beschreibung gelten kann und jenseits derer sie nicht gilt. Unterschiedliche Skalen lassen unterschiedliche begriffliche und mathematische Beschreibungen zu. Dies ist die

Skalenhypothese. Drittens, kann eine mathematische Beschreibung allgemeingültig sein, und, wenn ja, wie? Hier bringen wir das Argument vor, dass Universalien auch in der theoretischen Neurowissenschaft existieren, dass Evolution die Regel bestätigt und dass es sich um ein Gebiet handelt, in dem noch viel Platz ist für neue, mathematisch initiierte Begriffsbildung, die durch eine intensive Wechselwirkung mit dem Experiment eingeleitet wird. Schließlich erhält man einen tiefen Einblick durch eine sorgfältige Analyse der Weise, in der bestimmte Gehirnstrukturen auf Wahrnehmungs-Input antworten und damit eine Aktion in der Umgebung eines Tieres veranlassen.

EINFÜHRUNG: WIE LAUTEN DIE FRAGEN?

Die Neurowissenschaft ist eine ziemlich facettenreiche Wissenschaft mit einer überwältigenden Menge an Fakten und Begriffen, aber nur wenigen allgemeingültigen Leitprinzipien. Eine noch geringe Rolle spielt die Mathematik. Die grundlegende Frage, die wir im vorliegenden Aufsatz betrachten wollen, ist, ob allgemeingültige Prinzipien existieren und, falls ja, ob sie durch mathematische Ausdrücke formuliert werden können. Des Weiteren lohnt es sich, darüber nachzudenken, ob die vorherige Frage in einem

derart allgemeinen Kontext gestellt werden kann. Wir werden sehen, dass Konzeptualisierung, Skalierung und Allgemeingültigkeit die drei zur Orientierung nötigen Eckpfeiler sind. Wie sich herausstellen wird, beschränken diese auch den Gültigkeitsbereich unserer Argumente, und zwar wesentlich.

Jedes Gebiet der Wissenschaft besitzt seine eigenen Grundbegriffe basierend auf einer gewaltigen Fülle an Tatsachen. Die Wissenschaftsgeschichte kann uns darüber aufklären, warum und wie diese Grundbegriffe zustande kamen und worauf sie hinauslaufen. Wir alle wissen, dass Mathematik existiert, und viele von uns wissen sogar um ihre Stärken. Aber können wir und, wenn ja, wie können wir beim Aufzeigen ihrer Bedeutung die Stärke ersichtlich werden lassen? Falls die Natur für quantitative Analysen zugänglich ist, so ist Mathematik der einzige Weg, um die Natur zu quantifizieren. Das heißt, sie ist der einzige Weg, um quantitative Theorien zu formulieren, die beschreiben oder gar vorhersagen, was bei geeignet gewählten Anfangs- und Randbedingungen geschehen wird. Im Grunde bedeutet „quantitativ“ den Gebrauch von Zahlen, um den Wert der gemessenen oder zu messenden Größen festzulegen, und Zahlen sind naturgemäß bereits wesentlicher Bestandteil der Mathematik. Man kann $1/7$ als natürlich betrachten, da 1 durch eine positive ganze Zahl dividiert wird, nicht aber die Quadratwurzel von 2.

Das Ziel des vorliegenden Aufsatzes ist, zu zeigen, dass die Quantifizierung der Natur nicht von alleine kommt. Wir werden die Physik, insbesondere die Mechanik als konkretes Beispiel nehmen, um zu verdeutlichen, dass man zuerst passende Grundbegriffe finden muss, ehe man Naturphänomene in Form einer konkreten mathematischen Beschreibung quantifizieren kann. Dabei werden wir auf verschiedene Größenordnungen der Phänomene in Raum und Zeit, auch Skalen genannt, stoßen. Es macht einen großen Unterschied, ob wir einen Fußball als Ansammlung von Atomen und Molekülen beschreiben wollen oder als (normalerweise) runde elastische Hülle. Ist des Weiteren die Mechanik eine universelle Theorie, um sowohl Fußbälle als auch Kanonenkugeln auf allgemeingültige Weise zu behandeln? In anderen Worten, was bedeutet Allgemeingültigkeit und gilt sie immer und überall? Das heißt, können wir

uns Allgemeingültigkeit als eine der mathematischen Beschreibung innewohnende Eigenschaft vorstellen oder hängt sie von der Natur und Ausdehnung des Untersuchungsgegenstandes ab?

Noch bevor wir wirklich loslegen, haben wir bereits drei Begriffe kennengelernt, die unserer sorgsam Aufmerksamkeit bedürfen. Zuerst den des Grundbegriffs und wie er geprägt wird, dann die Skalen, auf denen wir bestimmte Phänomene analysieren, und schließlich müssen wir die Frage beantworten, ob Allgemeingültigkeit existiert und, wenn ja, was sie bedeutet. Nachdem wir durch Klärung unserer Ideen bezüglich der Rolle von Grundbegriffen, Skalen und Allgemeingültigkeit den Boden bereitet haben, werden wir uns der Analyse von Verträglichkeit zwischen Mathematik und Neurowissenschaft zuwenden. Am Ende dieser Abhandlung stehen Schlussfolgerung und Ausblick.

MATHEMATISIERUNG DER PHYSIKALISCHEN WIRKLICHKEIT Prägen von Grundbegriffen und Unterscheidung von Skalen

Wissenschaft ist ein Streben, eine aufklärende Expedition, um „logische“ Erklärungen für Phänomene zu finden, die in der uns umgebenden Welt auftreten. Solch ein Streben ist wie die Suche nach Orientierungspunkten und sodann nach Aussichten auf eine noch unbekanntes Landschaft. Man kann falsche Richtungen einschlagen, die zwar Erkenntnisse versprechen, aber ins Nichts führen. Dennoch weiß man erst im Nachhinein, dass sie „falsch“ waren. Was wir hier nicht analysieren werden, aber was man immerwährend im Kopf behalten sollte, ist, dass viele gelehrsame Streitpunkte, die im Laufe der Wissenschaftsgeschichte auftauchten, wie etwa der horror vacui, Epizyklen, minima naturalia, Phlogiston etc., hitzig debattiert wurden und sich dann früher oder später als irrelevant auflösten. Was die Physik betrifft, so sollte der Leser die Literatur¹ konsultieren, um sich zu informieren, was nicht funktionierte. Im vorliegenden Kontext können wir aber nicht anders, als uns auf das zu konzentrieren, was schon funktionierte.

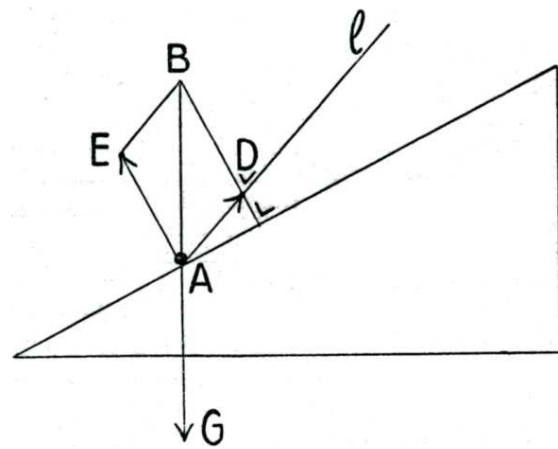
Wie erhält man die mathematische Beschreibung eines natürlichen Phänomens? Diese Frage faszinierte die Griechen schon 500 v. Chr. mit Pythagoras und fand ihre Krönung in den tief-

gründigen Ergebnissen Archimedes' (Syrakus, 287-212 v. Chr.). Die Mathematisierung der Natur ist seither eine faszinierende Frage und daher scheint es angemessen, die Geschichte der Wissenschaft und insbesondere die der Physik sorgfältig zu analysieren. Denn die Physik weist klar einen wesentlichen Aspekt auf, der für sich genommen eine sorgfältige Analyse verdient: die Prägung geeigneter Begriffe in Verbindung mit der zugehörigen Mathematik.

Bei unserer Analyse werden wir von der fundamentalen Studie über die Entwicklung der Mechanik, ausgeführt von E. J. Dijksterhuis,² Gebrauch machen. Die klassische Mechanik – im Gegensatz zur Quantenmechanik (1924-28) – war das erste und lange Zeit führende Gebiet der Physik und zeigt in beispielhaftem Ausmaß, wie Mathematik in einem physikalischen Bereich zur Anwendung kommt, um Geschehnisse in der Natur, d. h. in „natürlichen“ Phänomenen, zu quantifizieren. Aus diesem Grund war Dijksterhuis' Wahl ein ausgezeichnete Schritt und machte seine wichtigste Arbeit³ zu einem Klassiker. Anstelle einer Definition des Begriffs „natürlich“, über die man gut einen gesonderten Aufsatz schreiben könnte, die aber weitgehend vom Geschmack des Autors abhängt und damit praktisch keine Bedeutung hat, konzentrieren wir uns darauf, was „klassisch“ im Sinne der Newtonschen Mechanik bedeutet. Für alle Details zu den untenstehenden Argumenten, einschließlich Stevin, wird der Leser auf Dijksterhuis⁴ verwiesen.

Um das sogenannte zweite Newtonsche Gesetz zu verstehen, müssen wir auf Stevin zurückgehen, der im 16. Jahrhundert als erster den Vektorcharakter von Kräften wie der Schwerkraft klar erkannt hat. Grob gesprochen bedeutet das, dass in dem dreidimensionalen Raum, in dem wir leben, jeder Vektor drei Komponenten besitzt, so dass, wenn $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)$ und $\mathbf{w} = (w_1, w_2, w_3)$ zwei Vektoren sind, die Summe der Vektoren $\mathbf{v} + \mathbf{w} = (v_1 + w_1, v_2 + w_2, v_3 + w_3)$ ist. Das heißt, wir addieren Vektoren komponentenweise. Was jetzt vielen offensichtlich erscheint, war alles andere als das, als Stevin seine „Grundlagen der Kunst des Wiegens“⁵ veröffentlichte und den Vektorcharakter von Kräften klar herausstellte, der für ihn eine Hypothese war, mit der er die physikalische Welt um ihn herum erklären konnte (siehe Abb. 1).

Abbildung 1: Simon Stevins Illustration⁶ des Vektorcharakters einer Kraft, die aufgrund des Gewichts \mathbf{G} einer Masse auf einer schiefen Ebene auftritt. Wie angezeigt, kann eine Kraft in zwei Komponenten zerlegt werden. Vektoren wie \mathbf{D} und \mathbf{E} sowie \mathbf{B} als deren Zusammensetzung können entweder komponentenweise entlang der kartesischen horizontalen und vertikalen Achse addiert werden oder man benutzt alternativ die Parallelogrammregel für die Pfeile \mathbf{D} und \mathbf{E} , um \mathbf{B} zu erhalten. Somit liegt Stevins Zeichnung in einer zweidimensionalen Ebene, wobei \mathbf{B} in die zwei Vektoren \mathbf{D} und \mathbf{E} zerlegt ist.



Nun kommt der Grundbegriff, auf den die Physik zwei Jahrtausende⁷ warten musste, ehe er es Newton erlaubte, sein zweites Gesetz zu formulieren. Wir beginnen mit dem Geschwindigkeitsvektor $\mathbf{v} = dr/dt$, wobei r der Ortsvektor ist, der im Allgemeinen von der Zeit t abhängt, also $r = r(t)$. Um die Geschwindigkeit zu erhalten, benötigte Newton einen neuen, diesmal mathematischen Begriff, nämlich den der Differentiation dr/dt nach der Zeit, welche er und Leibniz unabhängig voneinander erfanden. Die Einheit der Geschwindigkeit ist, sagen wir, Meter / Sekunde (m/s). Der Begriff des Vektors und der Vektoraddition, d. h. komponentenweiser Addition, existierte bereits für Kräfte und war von Stevin klar vermerkt und veröffentlicht worden. Wir multiplizieren dann die Geschwindigkeit eines Teilchens mit der Teilchenmasse m , um so den Impuls $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ zu erhalten. Der Begriff des Impulses war für die Wissenschaft zu Newtons Zeiten völlig verblüffend. Und ebenso im Rückblick: Warum soll man eine Größe der Einheit m/s mit einer anderen der Einheit Kilogramm (kg) multiplizieren, um so $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ zu

erhalten? Das hat kaum einen Sinn, bevor wir uns Newtons zweitem Gesetz zuwenden: $F = dp/dt$ mit F als die Kraft. So einfach das aussieht, warum sollte das so sein? Bis heute weiß das niemand, aber, und das ist die einzige Erklärung, es funktioniert und zwar seit Jahrhunderten. Sowohl Impulse als auch Kräfte sind Vektoren. Warum? Sie sind es einfach. Simon Stevin⁸ schloss schon 1586, dass Kräfte so geartet sind (siehe Abb. 1).

Es gibt natürlich auch eine andere Antwort auf die Warum-Frage. Der Mythos von Newtons Entdeckung, dass der Impuls der Grundbegriff ist, um mathematisch ein Gesetz zur Beschreibung der Kraft zu formulieren, ist nicht nur anmutig, sondern enthält auch die „richtige“ Idee: Als Newton unter einem Apfelbaum sitzt, wird er von einem herabfallenden Apfel getroffen. Da dessen Impuls innerhalb kurzer Zeit vernichtet wird, muss der Apfel eine Kraft auf Newtons (oder unseren eigenen) Kopf ausüben. Bei $F = dp/dt$ anzukommen, ist ein gewaltiger Schritt, aber beim gründlichen Studium zum Beispiel Dijksterhuis⁹ sorgfältiger geschichtlicher Analyse der Entwicklung der Mechanik in den vorangegangenen zwei Jahrtausenden, insbesondere des Jahrhunderts vor Newton, erkennt man die zugrunde liegende Logik. Auf gut Deutsch, Newtons Entdeckung war keineswegs eine „creatio ex nihilo“. Dank ihrer mathematischen Natur öffnete sie jedoch auch die Tür zu einer mechanistischen Analyse von Phänomenen, bei denen Kräfte eine wichtige Rolle spielen, und dies sogar schon zu Newtons Zeiten.

Was lernen wir von $F = dp/dt$ aus Newtons Sicht? Zunächst stellte Newton als Hypothese auch sein drittes Gesetz auf: *actio = -reactio*. Wenn sodann zwei Körper 1 & 2 auf einer flachen horizontalen Ebene ohne Reibung kollidieren, so gibt es keine Nettokraft, da die Gravitationskraft in vertikaler Richtung wirkt und die Summe aller Kräfte in der horizontalen Ebene senkrecht dazu zu allen Zeiten verschwindet: $F_1 + F_2 = 0$. Die Impulse p_i befinden sich ebenso in genau derselben Ebene. Wir verwenden nun $F_i = dp_i/dt$ für jede der Massen, $i = 1, 2$, und, indem wir das dritte Newtonsche Gesetz anwenden, können wir gar nicht anders, als zu schließen, dass $d(p_1 + p_2)/dt = 0$ und somit $p_1 + p_2$ erhalten bleibt, was Experimente in der Tat schon vor Newton gezeigt hatten. Wenn man über dieses Ergebnis eine Minute nachdenkt, dann kann man erkennen, dass es für

Beobachter im 17. Jahrhundert verblüffend war und eigentlich immer noch ist, dass der *Gesamtimpuls* erhalten bleibt. Aber immerhin können wir jetzt den zugrunde liegenden „Mechanismus“ sehen, der zur Impulserhaltung führt, falls es keine äußeren Kräfte gibt.

Mehrere Aspekte des vorangegangenen klassischen Arguments sind bemerkenswert. Zunächst sollen die Begriffe Impuls und Kraft auf mechanistische Art interpretiert werden. Nur wenn eine Kraft wirkt, ändert sich der Impuls und zwar gemäß $F = dp/dt$. Zugegeben, Impuls und Kraft spielen in der Mechanik eine wesentliche Rolle, aber das ist hier nicht gemeint. Wir wagen nicht, eine Kraft zu definieren, sondern verweisen einfach auf Abb. 1, um zu zeigen, dass sie real ist, weil sie verwendet, zerlegt und mit unseren Sinnen erfasst werden kann. Die Gewichtskraft aufgrund einer Masse kann gewogen werden. Wenn wir sie fallen lassen, so wie Galileo es angeblich getan hat, können wir ihre Beschleunigung messen, ihre Geschwindigkeit und damit ihren Impuls bestimmen, der vernichtet wird, wenn sie am Boden aufschlägt, so dass sie eine Kraft ausübt. Auf diese Weise ist Gravitation der Mechanismus, um Beschleunigung zu erzeugen, so wie der Impuls der relevante Begriff ist, der die Wirkung einer Kraft bei der Erzeugung von Beschleunigung zu quantifizieren hat.

Um unsere Argumente auf das Wesentliche zu fokussieren, ohne den Grundbegriff des Impulses, einen Vektor, hätte Newton sein allgemeingültiges zweites Gesetz nicht formulieren können. Wir werden bald auf seine „Allgemeingültigkeit“ zurückkommen, akzeptieren sie im Moment aber und erinnern uns einfach zum Beispiel an Architektur, die uns tagtäglich die Gültigkeit des zweiten Newtonschen Gesetzes vor Augen führt, vorausgesetzt, dass die Praktiker ihre Hausaufgaben richtig gemacht haben. Wie Dijksterhuis¹⁰ überzeugend gezeigt hat, benötigte die Physik in der Tat zwei Jahrtausende, ehe sie zu der Einsicht kam, dass Impuls der „richtige“ Grundbegriff ist: $F = dp/dt$. Nebenbei bemerken wir, dass die meisten Leute das Newtonsche Gesetz in der Form $F = ma$ kennen, wobei F die Kraft auf ein Teilchen der Masse m ist und $a = dv/dt$ die Beschleunigung mit v als Geschwindigkeit. Da die Masse m in der klassischen Mechanik eine Konstante ist und $p = mv = mdr/dt$, bleibt uns noch $F = ma$.

Konzeptualisierung in Form prägender Grundbegriffe

Die Geschichte des Konstruierens von Grundbegriffen lässt sich faktisch unbegrenzt fortführen. Sie fand einen zwischenzeitlichen Höhepunkt bei dem Entwurf der Quantenmechanik in den zwanziger Jahren des letzten Jahrhunderts. Es war Dirac,¹¹ der ihr eine ausgeprägte Formulierung gab, in der Observablen wie etwa der Impuls $\mathbf{p} = (p_x, p_y, p_z)$ und der Ort $\mathbf{r} = (q_x, q_y, q_z)$, wobei p_x, q_x usw. Zahlen sind, jetzt zu Operatoren werden, die eine nichttriviale Kommutator-Relation $[q_j, p_j] = q_j p_j - p_j q_j = i\hbar/2\pi$ erfüllen, wobei $j = x, y, z$ und \hbar das Plancksche Wirkungsquantum ist, während alle anderen Kommutatoren verschwinden. Aufbauend auf einer Darstellung der Kommutator-Relationen hat man die Wellenfunktion à la Schrödinger, die der Schrödinger-Gleichung gehorcht, so dass man eine dynamische Entwicklung in der Zeit erhält und ihre äußerst erfolgreiche Wahrscheinlichkeitsinterpretation, insbesondere des Messprozesses, die jetzt „Kopenhagener Deutung“ genannt wird (Born in Göttingen als Vorgänger und insbesondere Bohr und seine Kollegen an der Universität von Kopenhagen). Grundbegriffe und ihre innewohnende mathematische Formulierung durchziehen somit die gesamte Physik.

Bevor wir weitergehen, ist es vielleicht ganz gut, die obenstehende Idee des Prägens von Grundbegriffen, die eine neue theoretische, d. h. mathematische Beschreibung anstoßen, Heisenbergs¹² „Folge abgeschlossener Theorien“ gegenüberzustellen. Wissenschaftsgeschichte zeigt, dass Theorien, um erfolgreich zu sein, zwar nicht abgeschlossen sein müssen, aber durch Verwendung ihrer Grundbegriffe eine vollständige mathematische Beschreibung der physikalischen und im vorliegenden Fall biologischen Realität an die Hand geben und dabei keine Widersprüche enthalten sollten.

Durch ein stetiges Zusammenspiel von mathematischer oder, in anderen Worten, theoretischer Beschreibung mit experimenteller Verifikation reifen physikalische Theorien, bis sie an die Grenzen ihrer Gültigkeit stoßen wie etwa Skalen in Raum und Zeit, außerhalb derer sie ihre Bedeutung verlieren. So wie in Diracs und Heisenbergs Fall, in dem sich klassische Mechanik auf atomarer Ebene als ungeeignet herausstellte.

Allgemeingültigkeit

Wie allgemeingültig ist, sagen wir, das (zweite) Newtonsche Gesetz? In der klassischen Mechanik der Architektur, bei Kanonenkugeln à la Stevin und in der makroskopischen Physik im Allgemeinen hat sich das Gesetz immer als gültig erwiesen. Auf atomarer Skala, die acht Größenordnungen (10^8 mal) kleiner ist, gilt es allerdings nicht. Stattdessen müssen wir mit Quantenmechanik arbeiten, welche über einen völlig anderen Formalismus läuft, der in den Goldenen Zwanzigern des letzten Jahrhunderts aufgedeckt wurde, aber nach wie vor extrem nützlich ist. Das heißt, die Wissenschaftsgeschichte lehrt uns, dass zumindest in der Physik mathematische Formulierungen nur auf einer bestimmten Skala in Raum und Zeit gelten.

Quantenmechanik kann nicht von der klassischen Mechanik abgeleitet werden. Ihr mathematischer Formalismus einschließlich der Feinheiten ihrer experimentellen Interpretation, ohne welche sie nicht bestehen kann, existiert mit eigener Berechtigung. Lediglich umgekehrt lässt sich die klassische Mechanik eines makroskopischen Körpers in gewissem Umfang aus der Quantenmechanik herleiten, aber die zugrunde liegende Mathematik ist in hohem Maße nichttrivial, um es sachte auszudrücken.

Das bedeutet, wir müssen verschiedene *Skalen* unterscheiden: für makroskopische Körper die der klassischen Mechanik und für Atome die der Quantenmechanik. Für Elementarteilchen müssen wir noch mal acht Größenordnungen heruntergehen, so dass wir bei Quantenfeldtheorie (QFT) enden. Und wieder betreten wir ein anderes Regime mit verschiedenen Regeln, die nicht aus der Quantenmechanik hergeleitet werden können. Was den Ursprung des Universums betrifft, müssen wir andere Zeitskalen unterscheiden als die, mit denen wir im täglichen Leben vertraut sind. Auf jeder Skala begegnet man neuen Regeln, die von neuen Grundbegriffen, welche sich nicht von den „gröberen“ ableiten lassen, herrühren und dennoch eng mit diesen verbunden sind. In der Regel kann man, wenn man von feineren zu gröberen Skalen in der Physik übergeht, einige der mathematischen Gesetze, die auf der „gröberen“ Skala gelten, herleiten, aber nicht mehr als das und zwar trotz der gewaltigen Literatur, die verschiedene Aspekte des Übergangs von Quanten-

feldtheorie zu Quantenmechanik und von Quantenmechanik zur klassischen Mechanik behandelt. Nur am Rande sei bemerkt, dass der Begriff des „Funktional“-Integrals,¹³ der damit zusammenhängt, dass es über einem Funktionenraum anstatt des üblichen dreidimensionalen Raums definiert ist, physikalisch extrem nützlich ist, aber mathematisch noch viele lose Enden hat. Kurzum, es existieren Verbindungen, aber es gibt sozusagen keine breite Brücke zurück in Richtung größerer Skalen.

KANN MAN NEUROBIOLOGIE MATHEMATISIEREN UND, WENN JA, WIE?

Wenn wir bedenken, warum die Physik so erfolgreich war, dann können wir von ihrer reichen Erfahrung über die Jahrhunderte lernen:¹⁴ Eine Theorie muss nicht ausschließlich auf experimentell verifizierten Tatsachen bauen, sondern kann auch mathematische Prinzipien aufdecken, was für den Moment eine Hypothese aufzustellen bedeutet, welche zu einer konsistenten Beschreibung von Experimenten führen. Das heißt, vom hier vertretenen Standpunkt aus sollte sie einen Vorhersagewert haben, so dass ein Teil einer Theorie durchaus *prae facto* anstatt *post factum* sein darf und somit zu experimenteller Verifikation auffordert. Es war genau dieser konstruktive Austausch zwischen Theorie und Experiment, der (wohl) die Physik zur Vorzeigunternehmung des zwanzigsten Jahrhunderts gemacht hat. Wer könnte bestreiten, dass es für praktisch die gesamte Biologie, die auf quantitative Beschreibung der natürlichen Welt abzielt oder davon Gebrauch macht, keine ähnliche Geschichte geben wird?

Ist eine bestimmte Skala gegeben, sagen wir, die der klassischen Mechanik oder Quantenmechanik, dann gelten die physikalischen Gesetze ohne Ausnahme. In der Biologie gibt es allgemeingültige Regeln und Mechanismen, aber man muss mit Ausnahmen leben, welche die Regel „bestätigen“ (engl. *exceptions proving the rule*),¹⁵ denn die Evolution mag Lösungen finden, die in einer bestimmten Situation „bessere“ Arbeit leisten als die „allgemeine“ Lösung. Um die Aussage zu erläutern, dass in der Neurobiologie auf einer geeigneten Skala in Raum und Zeit allgemeingültige Gesetze existieren, wenden wir uns drei anschaulichen Beispielen zu.¹⁶

Erstens, Aktionspotentiale oder, kurz, Spikes werden durch koordinierte Aktivität vieler Ionenkanäle erzeugt. Das Resultat ist ein Spannungsimpuls mit einer Amplitude von 1/10 Volt (V) und einer Dauer von ungefähr einer Millisekunde (ms). Es gibt kaum Zweifel daran, dass einzelne Ionenkanäle erstaunlich detailliert im Kontext biologischer Physik beschrieben werden können. Wie man dann mathematisch präzise das Spike-erzeugende Verhalten einer Ansammlung von hundert Ionenkanälen erfasst, ist nach wie vor außer Reichweite der theoretischen Neurobiologie und biologischen Physik. Dementsprechend ist die relevante Skala die neuronale und nicht die der Ionenkanäle und wir richten unser Augenmerk auf ein Neuron als Schwellenelement, was bedeutet, dass es nur dann ein Aktionspotential generieren kann, wenn sein Membranpotenzial einen Schwellenwert überschreitet. Dieser Begriff erwies sich als extrem fruchtbar. Er führte nicht nur zu formalen oder McCulloch-Pitts¹⁷-Neuronen, welche in diskreten Zeitschritten von 1 ms arbeiten und entweder 1 für aktiv, d. h. Spike-Erzeugung, oder 0 für den inaktiven Zustand ausgeben, sondern auch zu Hodgkin und Huxley,¹⁸ deren Werk ihnen den Nobelpreis einbrachte und eine überwältigende Fülle an hoch-detaillierten Neuronenmodellen anstieß. Diese Modelle beschreiben viele unterschiedliche Situationen, aber alle weisen effektiv einen Schwellenwert auf und die meisten von ihnen spiegeln auf die eine oder andere Weise die mathematische Struktur wider, welche von Hodgkin und Huxley entwickelt wurde. Die beiden hatten ihr Gleichungssystem zur Beschreibung von Aktionspotentialen im Riesenaxon des Tintenfisches nicht aus Grundprinzipien hergeleitet, sondern es sich schlichtweg anhand einer komplizierten numerischen Passung (fit) ausgedacht.

Zweitens, Lernen geschieht im Allgemeinen an den Synapsen im Kontext neuronaler Dynamik. Die sogenannte Spike-timing-dependent plasticity (STDP) erwies sich als allgemeingültiger Mechanismus, um synaptisches Lernen zu erklären. Seine Schlüsselidee¹⁹ ist das Lernfenster. Für eine erregte Synapse bedeutet das, dass, wenn das postsynaptische Neuron feuert und der präsynaptische Spike geringfügig früher ankommt, die Synapse ihre Arbeit richtig macht, und abhängig von der Zeitdifferenz zwischen dem Auftreten der

zwei Spikes wird sie mehr oder weniger verstärkt. Wenn andererseits der präsynaptische Spike „zu spät“ kommt, d. h. nachdem das postsynaptische Neuron feuerte, dann ist die Synapse zu schwächen: „Wer zu spät kommt, den bestraft das Leben.“ Der wesentliche Bestandteil ist das Lernfenster als eine Funktion, welche die Zu- oder Abnahme der synaptischen Übertragungsstärke in Abhängigkeit der Ankunftszeiten von prä- und postsynaptischem Spike beschreibt. Die einzige Sache, die sich von einem Fall, zum Beispiel Typ der Synapse, Gehirnbereich oder Spezies zum nächsten ändert, ist das Lernfenster. Eine gewaltige Menge an experimentellen Nachweisen hat inzwischen die große Fruchtbarkeit der Idee mit dem Lernfenster gezeigt.

Schließlich wenden wir uns dem dritten Begriff zu, der sowohl die Existenz von Allgemeingültigkeit in der Neurobiologie als auch die Relevanz von Skalen unterstreicht. Es ist die Populationsvektorkodierung²⁰ als Mechanismus zur Erklärung, wie Populationen von Neuronen im motorischen Kortex Bewegungsrichtungen der Muskeln und somit der Gliedmaßen kodieren. Man kann dies wohl das „zweite Newtonsche Gesetz für kortikale Motoneuronen“ nennen. Wie Newtons Gesetz handelt es sich um eine experimentelle Erkenntnis und basiert auf dem mathematischen Begriff des Vektors. Man ordnet jedem Motoneuron i eine Vorzugsrichtung, den Einheitsvektor \mathbf{e}_i , zu. Die resultierende Bewegung, welche durch die neuronale Population kodiert wird, ist dann die Vektorsumme (wie in Abb. 1) der Vorzugsrichtungen der einzelnen Neuronen, multipliziert mit ihrer (momentanen) Feuerrate f_i . Die Richtung ist also gegeben durch die Summe $\sum_i f_i \mathbf{e}_i$. So einfach das aussieht, die Vorhersagekraft dieser Regel ist beeindruckend und ebenso sein Nutzen für mathematische Modellierung, d. h. theoretische Neurowissenschaft und computergestützte Anwendungen. Abbildung 2 zeigt eine simple, wenn auch hochkomplexe Demonstration seiner Stärke.

Im vorliegenden Kontext werden die beiden Grundbegriffe der Vorzugsrichtung und der momentanen Feuerrate gepaart und die resultierenden Vektoren in einer Vektorsumme kombiniert. Wir dürfen uns dies als ein mathematisches Bindeglied vorstellen, welches die Auswirkung einer Population von kortikalen Motoneuronen beschreibt. Bei einem multiplikativen Faktor von

1.000 sind wir mindestens drei Größenordnungen höher und treffen auf ein Gesetz, das nicht aus Grundprinzipien hergeleitet werden kann. Deshalb hat das niemand je hergeleitet, aber tatsächlich gilt es auf der Skala motorischer Aktion, welche die neuronale Skala um mehrere Größenordnungen übertrifft.

Abbildung 2: Eine gelähmte Frau nutzt Populationsvektoren, um Schokolade zu essen. Dieser Erfolg moderner Neurowissenschaft durch den Populationsvektor-Algorithmus macht deutlich, dass ein Gehirn nicht für sich alleine existiert, sondern sich während der Evolution in enger Wechselwirkung mit seiner Umgebung entwickelte. Foto mit freundlicher Genehmigung von Prof. Andrew B. Schwartz²¹ (Motor Lab, University of Pittsburgh, PA, USA).



Daher ist es angebracht, die obige Kodierung als zweites Newtonsches Gesetz für kortikale Motoneuronen zu bezeichnen. Wir können dies mit dem Verhältnis zwischen klassischer und Quantenmechanik vergleichen, da beide eng miteinander zusammenhängen, wir aber die Wirkung nicht aus Grundprinzipien des jeweils gröber- oder feiner-skaligen Gegenstücks aus herleiten können. Während sich aber in der Quantenmechanik die Skalengröße im Vergleich zur gewöhnlichen, sogenannten klassischen Mechanik verringert, vergrößert sie sich in der Neurowissenschaft, wenn wir von den Ionenkanälen über ihre Gesamtwirkung der Spike-Erzeugung (Feuern) weitergehen zur motorischen Aktion, kodiert durch Populationsvektoren, deren Skala die einzelner Neuronen um mehrere Größenordnungen übertrifft. Als ein

Algorithmus und wie in Abbildung 2 veranschaulicht, kann die Populationsvektorkodierung nicht losgelöst werden vom dem Kontext, für den sie geschaffen wurde: Antriebssteuerung in normalerweise feindlicher Umgebung.

WAS BEDEUTET ALLGEMEINGÜLTIGKEIT?

Das zweite Newtonsche Gesetz beschreibt die Wirkung irgendeiner Kraft F auf irgendein Teilchen mit Masse m und Impuls $p = mv$ durch $F = dp/dt$. In der Mechanik, Quantenmechanik, Optik, Elektromagnetismus, kurz, in der gesamten Physik sind Naturgesetze allgemeingültig. In der Biologie funktioniert Quantifizierung der Natur geringfügig anders. Obwohl ein Neuron als ein (näherungsweise) Schwellenelement ein allgemeingültiger Begriff ist, gibt es einen Zoo mathematischer Neuronenmodelle,²² beginnend mit Hodgkin und Huxleys bahnbrechendem Werk 1952, dem nur die verblüffende Arbeit K. F. Bonhoeffers 1948 vorausging, der die meisten seiner Analysen einschließlich einer im zweidimensionalen Phasenraum in Leipzig während der frühen 1940er-Jahre durchführte. In einem nächsten Schritt gelangen wir zu einem Aktuator-Algorithmus (Handlungsalgorithmus), der über die Populationskodierung für kortikale Motoneuronen zur Verfügung steht. Was steuert dann diese Motoneuronen? Die aktivierende Aktuator-Geometrie der kortikalen Motoneuronen weist auf eine Hierarchie hin. Wenn man den Hirnstamm hinuntergeht, findet man niedrigere Motoneuronen (engl. lower motoneurons, LMNs), höhere Motoneuronen (engl. upper motoneurons, UMNs) ... Was kommt als nächstes?

Auch in der Biologie ist die Gültigkeit jeder mathematischen Beschreibung auf eine bestimmte Skala in Raum und Zeit begrenzt. Was Neuronen betrifft, so handelt es sich dabei um Schwellenelemente, um sie aber mathematisch zu beschreiben, gibt es sozusagen einen Zoo von mathematischen Modellen für einen Zoo von Ionenkanälen in einem Zoo von Tieren. Die Wirklichkeit ist facettenreich und, um es mit einem Ausdruck der Maßtheorie zu umschreiben, ein mathematisches Gesetz gilt nun „fast immer“ anstatt „immer“, wobei – für die Experten – das Maß der Ereignisse von der Evolution geächtet wird.

Angesichts all der oben aufgeführten Tatsachen erscheint es sinnvoller, bescheiden zu sein

und an der Hypothese festzuhalten, dass zwischen Populationsvektorkodierung und Psychologie mehrere Beschreibungsebenen zu unterschiedlichen Skalen liegen. Kurzum, das ist die Skalenhypothese und im Moment wissen wir noch nicht, worum es sich bei diesen Schichten handelt und welche die relevanten Begriffe zur Beschreibung ihres Verhaltens sind. Geschweige denn, welche Mathematik, wenn überhaupt, diese Beschreibungsebenen bestimmt. Nichtsdestotrotz scheint es eine relativ sichere Sache, dass sie existieren. Für ein einzelnes Neuron ist seit Hodgkin und Huxley²³ und nach dem frühen Werk von Bernstein (1908) und Bonhoeffer (1948) bekannt, dass Aktionspotentiale auf die kollektive Wirkung von Ionenkanälen zurückgehen, die auf die Spannung, die sie erfahren, reagieren, und, dass es einen reichhaltigen Zoo von mathematischen Modellen gibt, der dem Zoo von Ionenkanälen²⁴ entspricht, die in einem bestimmten Neuron existieren. In anderen Worten, ein Aktionspotential wird auf einer Skala erzeugt, die mindestens zwei Größenordnungen über der von Ionenkanälen liegt.

Für die kollektive Wirkung vieler kortikaler Motoneuronen bei der Erzeugung einer motorischen Handlung in einem Muskel wissen wir auch, wie wir ihre Aktion mathematisch beschreiben können, so überrascht wir auch sein mögen, jedem kortikalen Motoneuron eine Vorzugsrichtung, einen Einheitsvektor e_j , zuzuweisen, dies mit der momentanen Feuerrate f_j zu multiplizieren, um $f_j e_j$ zu erhalten, und die Richtung, die ein Muskel veranlasst, durch Summation aller Vektoren $f_j e_j$ zu $\sum_j f_j e_j$ vorherzusagen. Im Rückblick sieht das alles vernünftig aus, aber warum sollte es so sein? Tatsächlich kann die Populationsvektorkodierung bereits auf der Wahrnehmungsebene²⁵ gefunden werden, was die Konsistenz von Grundbegriffen auf Wahrnehmungs- und Handlungsebene gewährleisten würde.

SCHLUSSFOLGERUNG: WARUM ANALOGIE SEHR FRUCHTBAR SEIN KANN

In philosophischen Diskussionen der Neurowissenschaft spielt der Begriff der Skalen noch keine Rolle, obwohl ich behaupte, dass er wichtig, ja sogar wesentlich ist. Das vorherige Jahrhundert hat gezeigt, wie man in der Physik immer kleinere Skalen und Theorien entdeckte, die nur

funktionieren konnten, weil ihre Mathematik in enger Verbindung mit zugehörigen physikalischen Grundbegriffen ersonnen wurde. Diese Theorien existieren eigenständig. Für die Neurowissenschaft behaupte ich das Gegenteil, dass man sich immer größere anstatt immer kleinere Skalen vornimmt und sowohl feststellt, dass es für die neuronale Arbeitsweise auf kleineren Skalen ein subtil funktionierendes chemisches Substrat gibt, als auch, dass gleichzeitig ein Evolutionsdruck am Werk ist, um Ausnahmen zur Optimierung bestimmter Randbedingungen zu finden.

Im vorliegenden Aufsatz hätten wir auf molekularer Ebene beginnen können, aber stattdessen nahm unsere Analyse die Ionenkanäle als ihren Ausgangspunkt. Als nächstes kommt die synaptische und neuronale Ebene. Ein Lernfenster beschreibt die dynamische Entwicklung synaptischer Übertragungsstärken auf Basis der Ankunftszeiten eines präsynaptischen Spikes und der Feuerzeiten des postsynaptischen Neurons und wir bleiben hier beim einfachst möglichen Kontext. Wir erhalten dann eine allgemeingültige mathematische Beschreibung des Lernens, die auch ein detailliertes Verständnis vieler daraus folgender Lernprozesse erlaubt, wie etwa die Kartenbildung. Eine Karte ist eine neuronale Darstellung der sensorischen Außenwelt und ist normalerweise in einem einzelnen anatomischen Kern (Nukleus) geortet. Sie besteht aus vielen Neuronen, wobei „viele“ acht im Fall des Wüstenkorpions bedeuten kann und, sagen wir, 10.000 für eine azimutale Schallortungskarte im lamina ren Nukleus der Schleiereule, eines der berühmtesten Beispiele.²⁶ Karten unterschiedlicher Modalität werden (im Tectum opticum der Wirbeltiere oder dem Colliculus superior der Säugtiere) integriert und veranlassen Bewegung. Wie wir sehen, vergrößert sich die experimentelle Skala stetig. Es gibt keinen Zweifel daran, dass die neuronale Skala von zentraler Wichtigkeit ist, und, dass sie die Grundlage praktisch aller Überlegungen in der Neurowissenschaft darstellt.

Ebenso gibt es keinen Zweifel daran, dass sowohl qualitatives als auch quantitatives Verständnis der Ionenkanäle auf physikalischen Gesetzen basiert. Indem wir in der Skala aufsteigen, verlieren wir die physikalische Einsicht und gewinnen neue neurowissenschaftliche Begriffe

wie etwa Populationsvektorkodierung. Durch stetig größer werdende Skalen können wir nicht anders, als letztlich die Ebene zu erreichen, auf der wir denken und argumentieren. Aber können wir letzteres vom Standpunkt der heutigen Neurowissenschaft aus verstehen? Nein. Bis jetzt sind weder die geeigneten Grundbegriffe noch die entsprechenden mathematischen Beschreibungen verfügbar. Man könnte auf dem Zusatz „bis jetzt“ herumreiten, aber der Gegenstand des vorliegenden Aufsatzes ist, dass dieses Herumreiten bedeutungslos ist, während das Finden der „richtigen“ Grundbegriffe eine wahre Herausforderung darstellt. Durch die Skalenhypothese gewinnen wir auch einen Einblick in die Natur dessen, was noch fehlt, und, wie wir uns die fehlenden Verknüpfungen vorstellen dürfen. Vom jetzigen Standpunkt aus ist das Geist-Gehirn-Problem irrelevant. Ein Gehirn liefert sozusagen die Hardware für die Gedanken, die zu dem gehören, was wir Geist nennen, aber die Neurowissenschaft bietet noch kein fundamentales oder mechanistisches Verständnis dafür, was Gedanken sind und wie sie entstehen. Das heißt, unser neurowissenschaftliches Verständnis ist davon noch einige Ebenen entfernt und, über den „Geist“ zu spekulieren, ist ebenfalls fraglich.

Wahrscheinlichkeitstheoretisch basierte Beschreibungen

Im vorliegenden Kontext stoßen wir auch auf eine andere, probabilistische Beschreibung, die häufig unter dem Namen Bayes'sche Wahrscheinlichkeit läuft, benannt nach dem Pastor Thomas Bayes (1702-1761), der als einer der ersten mit bedingten Wahrscheinlichkeiten arbeitete. Nicht mehr und nicht weniger. Es ist aber wichtig zu erkennen, dass man durch das Einbeziehen von Wahrscheinlichkeiten ausdrücklich mangelndes Wissen bezüglich des betrachteten Systems zulässt. Dieses Wissen kann auch nicht erworben werden, da man sonst genau das machen und die Wahrscheinlichkeiten glücklich weglassen würde. Anders ausgedrückt bieten Wahrscheinlichkeiten einen häufig verwendeten Weg, unser Wissen oder vielmehr unseren Mangel an Wissen bezüglich des betrachteten Systems quantitativ darzustellen.²⁷ Indem man so verfährt, lässt man auch die mechanistische Herangehensweise fallen und ersetzt sie durch eine quantitative Beschreibung,

was das Gleiche ist wie beim Würfeln oder Münzenwerfen, und für Bayes'sche Probleme um eine Bedingung erweitert ist, wie für den Münzwurf mit einem österreichischen Euro, bei dem Kopf und Zahl offenbar nicht gleich wahrscheinlich auftreten, die Münze also „biased“ ist, und man somit Vorwissen bräuchte, um auf Dauer nicht zu verlieren.

Kurz, auf der Grundlage der Geschichte der Physik und einer angemessenen Interpretation²⁸ der Art und Weise, auf die Mathematik zur Quantifizierung natürlicher Phänomene benutzt wird, kann man durchaus eine oft detaillierte und quantitative Erklärung der biologischen Wirklichkeit erwarten. Das heißt, eine Erklärung der Teile der Biologie, die einer quantitativen Beschreibung zugänglich sind. Die große Verheißung der Zukunft ist nicht die „Mathematisierung“ der Biologie als solche, sondern die schöpferische *Wechselwirkung* zwischen experimenteller Biologie und dem, was man in Analogie zur Physik einfach theoretische Biologie oder theoretische Neurowissenschaft bezeichnen mag, so dass aus dieser schöpferischen Wechselwirkung neue Grundbegriffe hervorgehen. Die Wissenschaftsgeschichte sagt uns, dass genau das der Schlüssel zum Erfolg ist, nämlich das Finden der richtigen Grundbegriffe, die mathematische Formulierung ihrer „allgemeingültigen“ Gesetze und die Bestimmung des Gültigkeitsbereichs in Raum und Zeit. Durch ihren Vorhersagewert laden sie zu neuen Experimenten und experimentellen Paradigmen ein, um ihre Gültigkeit herauszufordern – ein Ursprung wissenschaftlichen Fortschritts so alt wie der in der Mechanik.²⁹

Bevor wir zum Ausblick kommen, wäre eine Bemerkung dazu angebracht, was die jetzigen Argumente nicht bezwecken möchten. Wir argumentieren nicht im Sinne des Paradigmenwechsels von Thomas Kuhn.³⁰ Ein schönes Beispiel für Letzteres und von Kuhn extensiv besprochen ist die Weise, wie Kopernikus die Sonne anstelle der Erde als Mittelpunkt des Universums behandelte. Es gibt keinen Zweifel, dass dies ein Paradigmenwechsel ist, aber das hat nichts zu tun mit dem Prägen neuer Grundbegriffe wie im Fall des zweiten Newtonschen Gesetzes. Es war Newton, der – mechanistisch gedacht – mit seinem zweiten Gesetz die Keplerschen Gesetze herleiten konnte, die dank Kopernikus entstanden waren.³¹

AUSBLICK

Wie ich an anderer Stelle³² im Detail diskutiert habe, ist der Ausblick in der theoretischen Neurowissenschaft mindestens so gut wie der in der theoretischen Physik. Die Reichweite der Neurowissenschaft in Richtung eines Verständnisses logischer Prozesse ist nach wie vor ziemlich beschränkt, so dass Bescheidenheit hierbei mehr als angebracht ist. Es ist, als ob wir zu Newton zurückkehrten, während er unter dem Apfelbaum sitzt und nachdenkt. Der Apfel fällt und Newton bemerkt ihn. Die Neurowissenschaft kann uns heutzutage viel über Sehen und Greifen, gesteuert vom Populationsvektor-Algorithmus,³³ erklären (vgl. Abb. 2). Mit anderen Worten, wie Newton den Apfel wahrnimmt und seine Greifbewegung steuert, ist mittlerweile ziemlich gut verstanden. Wie die theoretische Neurowissenschaft die Fülle der Phänomene in der experimentellen Neurobiologie jenseits, sagen wir, der hier behandelten Beispiele mathematisch erfassen kann, ist ihre entscheidende Herausforderung. Inspiriert durch die Geschichte der Physik haben wir nun zumindest eine Vorstellung, worauf wir Wert legen sollten, auch und gerade wenn alles nicht funktioniert, sowohl in der Biologie als auch in der Physik.³⁴

Was können wir dann über Bewusstsein sagen? Ist das ein Problem? Nein, es ist überhaupt keines, lediglich eine Frage der Definition im Auge des Betrachters. Im Kontext der Phänomenologie könnte man den Begriff der Definition durch Beschreibung ersetzen. Man kann einen Satz verwenden (siehe unten), eine Seite, einen Aufsatz³⁵ oder ein Buch.³⁶ Hier ist eine Ein-Satz-Definition: Bewusstsein ist die Fähigkeit, sich in einer (üblicherweise) feindlichen Umgebung als autonome Einheit zu handhaben. Natürlich könnte man sich beschweren, dass wir jetzt „sich handhaben“ definieren müssen. Autonom agierende Staubsauger zum Beispiel können sich mit Sicherheit nicht handhaben, denn der Besitzer zieht den Stecker aus der Steckdose – und das war's mit der Autonomie. Hier also ein zweiter Satz, falls man ihn wirklich benötigt (der derzeitige Autor hält ihn für überflüssig): „Sich handhaben“ bedeutet, auf jede Aktion von Außen angemessen zu reagieren, so dass die Unabhängigkeit gewahrt bleibt. Eine unmittelbare Konsequenz ist die Definition von Kognition: Kognition

ist die Fähigkeit, sich in einer (üblicherweise) feindlichen Umgebung als autonome Einheit zu handhaben, indem man sich Erfahrungen aus der Vergangenheit zu Nutze macht. Das lateinische „cognoscere“ bedeutet gerade „sich Erfahrung aus der Vergangenheit zu Nutze machen“. Man muss sozusagen aus Erfahrung klug werden. Indem wir diesen Weg gehen, haben wir zumindest zwei Probleme weniger.

DANKSAGUNG

Der Autor bedankt sich herzlich bei drei Personen: Bei seinem Freund und Kollegen Andy Schwartz, seinem Doktoranden Matthias Krippner und bei seinem Kollegen Felix Tretter, der mit der großartigen Tagung zum Thema *Homo neurobiologicus* und seinem ständigen Engagement und Interesse den Anstoß zu diesem Aufsatz gegeben hat. Außerdem zeigt er sich der Hanns-Seidel-Stiftung für ihre großzügige Unterstützung dieses wissenschaftlich herausfordernden und spannenden Unterfangens sehr erkenntlich.

|| PROF. DR. J. LEO VAN HEMMEN

Lehrstuhl für Theoretische Biophysik
an der Technischen Universität München

ANMERKUNGEN

- ¹ Dijksterhuis, Eduard Jan: *The mechanization of the world picture*, London 1961. Die deutsche Übersetzung „Die Mechanisierung des Weltbildes“ erschien 1956 in Heidelberg, und für das niederländische Original „De mechanisering van het wereldbeeld“ (Amsterdam 1950) erhielt der Autor 1952 den niederländischen Staatspreis für Literatur (P. C. Hooft Preis); Simonyi, Károly: *A cultural history of physics*, Boston 2012; Smolin, Lee: *The trouble with physics*, New York 2006. Der Autor ist ein ausgesprochener Kritiker der modernen Stringtheorie. Als solcher ist sein Buch ziemlich kontrovers, unterstreicht aber die entscheidende Bedeutung einer offenen wissenschaftlichen Diskussion.
- ² Dijksterhuis: *The mechanization of the world picture*.
- ³ Ebd.
- ⁴ Ebd.
- ⁵ Stevin, Simon: *De beghinselen der weeghconst*, Leiden 1586; siehe auch Dijksterhuis: *The mechanization of the world picture*, Abb. 27, sowie Dijksterhuis, Eduard Jan: *Simon Stevin: Science in the Netherlands around 1600*, Den Haag 1970.
- ⁶ Ebd.
- ⁷ Dijksterhuis: *The mechanization of the world picture*.
- ⁸ Stevin: *De beghinselen der weeghconst*.
- ⁹ Dijksterhuis: *The mechanization of the world picture*.
- ¹⁰ Ebd.
- ¹¹ Dirac, Paul Adrien Maurice: *Quantum mechanics*, Oxford, 1. Aufl., 1930, 4. Aufl., 1958. Für eine ausführlichere Erklärung siehe auch Messiah, Albert: *Quantum mechanics*, Bd. 1, Kapitel 4, Amsterdam 1961; zu einer reichen Auswahl philosophischer Fragen siehe Esfeld, Michael (Hrsg.): *Philosophie der Physik*, Berlin 2012.
- ¹² Heisenberg, Werner: *Kausalgesetz und Quantenmechanik*, *Erkenntnis* 2/1931, S. 172-182.
- ¹³ Dirac: *Quantum mechanics*.
- ¹⁴ Dijksterhuis: *The mechanization of the world picture*.
- ¹⁵ Dieses „proving“ stammt von lat. „probare“, was prüfen bedeutet; siehe Rall, J. Edward: *Proof positive*, in: *Nature* 370/1994, S. 322. Da er „Regel“ und „Theorem“ verwechselt, ist seine Schlussfolgerung jedoch falsch.
- ¹⁶ Die folgenden Beispiele stammen von van Hemmen, J. Leo: *Biology and mathematics – A fruitful merger of two cultures*, in: *Biological Cybernetics* 97/2007, S. 1-3.
- ¹⁷ McCulloch, Warren S. / Pitts, Walter: *A logical calculus of ideas immanent in nervous activity*, in: *Bulletin of Mathematical Biophysics* 5/1943, S. 115-133.
- ¹⁸ Hodgkin, A. L. / Huxley, A. F.: *A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve*, in: *The Journal of Physiology* 117/1952, S. 500-544.

- 19 Gerstner, Wulfram / Kempner, Richard / van Hemmen, J. Leo / Wagner, Hermann: A neuronal learning rule for sub-millisecond temporal coding, in: *Nature* 383/1996, S. 76-78; Markram, Henry / Lübke, Joachim / Frotscher, Michael / Sakmann, Bert: Regulation of synaptic efficacy by coincidence of postsynaptic APs and EPSPs, in: *Science* 275/1997, S. 213-215.
- 20 Georgopoulos, Apostolos P. / Schwartz, Andrew B. / Kettner, Ronald E.: Neuronal population coding of movement direction, in: *Science* 233/1986, S. 1416-1419; Velliste, Meel / Perel, Sagi / Spalding, M. Chance u. a.: Cortical control of a prosthetic arm for self-feeding, in: *Nature* 453/2008, S. 1098-1101.
- 21 Collinger, Jennifer L. / Wodlinger, Brian / Downey, John E. / Schwartz, A. B. u. a.: High-performance neuroprosthetic control by an individual with tetraplegia, in: *Lancet* 381/2013, S. 557-564.
- 22 Koch, Christof: *Biophysics of computation*, New York, 1999; Ermentrout, G. Bard / Terman, David H.: *Mathematical foundations of neuroscience*, New York 2010.
- 23 Hodgkin / Huxley: A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve.
- 24 Collinger / Wodlinger / Downey u. a.: High-performance neuroprosthetic control by an individual with tetraplegia.
- 25 van Hemmen, J. Leo / Schwartz, Andrew B.: Population vector code – a geometric universal as actuator, in: *Biological Cybernetics* 98/2008, S. 509-518.
- 26 Konishi, Masakazu: Listening with two ears, in: *Scientific American* 4/1993, S. 34-41.
- 27 Finetti, Bruno de: *Theory of Probability: A Critical Introductory Treatment*, Vol. 1, London 1974.
- 28 Dijksterhuis: *The mechanization of the world picture*.
- 29 Ebd.
- 30 Kuhn, Thomas S.: *The structure of scientific revolutions*, Chicago 1962, 1979, 1996.
- 31 Dijksterhuis: *The mechanization of the world picture*.
- 32 van Hemmen: *Biology and mathematics – A fruitful merger of two cultures*.
- 33 van Hemmen / Schwartz: *Population vector code – a geometric universal as actuator*; Collinger / Wodlinger / Downey u. a.: *High-performance neuroprosthetic control by an individual with tetraplegia*.
- 34 Smolin: *The trouble with physics*.
- 35 Chalmers, David J.: *What is a neural correlate of consciousness?*, in: *Neural Correlates of Consciousness – Empirical and Conceptual Questions*, hrsg. von Thomas Metzinger, Cambridge MA 2000.
- 36 Koch, Christof: *The Quest for Consciousness: A Neurobiological Approach*, Englewood CO 2004.